

Le misure di intensità e cadenza della nuzialità di Hajnal: qualche riflessione sulle condizioni di applicabilità

ROBERTO IMPICCIATORE, ROSELLA RETTAROLI,
FIORENZO ROSSI

1. Introduzione. In mancanza di altre informazioni, l'analisi dei mutamenti della nuzialità può realizzarsi attraverso dati di tipo censuario. La proposta metodologica di Hajnal (1953) consiste nello stimare la cadenza (durata media) e l'intensità (numero medio di eventi per persona) della primo-nuzialità sfruttando unicamente le frazioni di celibi (nubili) alle varie età. La successione di tali proporzioni dall'età in cui iniziano a verificarsi i primi matrimoni (in genere i 15 anni) all'età oltre la quale il tasso di nuzialità si approssima allo zero (solitamente i 50 anni), può descrivere il comportamento nuziale di una coorte 'fittizia' (Ryder 1964) che durante la propria vita è soggetta a tre cause di eliminazione: le prime nozze, la morte e l'emigrazione. Le relazioni formali che sono alla base di tale assunto sono state sufficientemente chiarite in letteratura (Hajnal 1953; De Sandre 1974), così come sono noti altri tentativi di utilizzare le proporzioni di celibi e nubili censiti per età come punto di partenza per studiare i modelli nuziali delle popolazioni (Mortara 1949; Smith 1978).

Formalmente, le proporzioni dei celibi o nubili di età x sulla popolazione della stessa età ricavabili dai dati censuari sono:

$$S_x = \frac{C_x}{P_x}$$

dove C_x è il numero di celibi/nubili di x anni compiuti e P_x è la popolazione media di età corrispondente.

La definizione proposta da Hajnal (1953) per l'età media al primo matrimonio ottenuta in funzione di grandezze trasversali denominata SMAM (*Singulate Mean Age at Marriage*) è la seguente:

$$SMAM = \frac{15 + \sum_{x=15}^{49} S_x - 50S_{\omega}}{1 - S_{\omega}} \quad (1)$$

dove S_{ω} è solitamente calcolato come semisomma delle ultime due classi di età considerate $(S_{49} + S_{50})/2$. Inoltre, la quantità S_{ω} , esprimendo la proporzione di celibi all'età massima considerata, è una misura del celibato definitivo e dunque $1 - S_{\omega}$ può essere considerata come una stima dell'intensità finale della primo-nuzialità per la coorte fittizia risultante dall'osservazione trasversale.

L'applicazione della tecnica richiede però che siano soddisfatte specifiche condizioni (Bonarini e Rosina 2000):

1. *L'indipendenza* e la *continuità* tra l'evento studiato (primo-nuzialità) e gli eventi perturbatori (mortalità e migratorietà). La condizione presuppone che il comportamento nuziale di chi è uscito dall'osservazione (per morte o emigrazione) sarebbe stato lo stesso di chi invece è ancora sotto osservazione. È molto difficile, se non addirittura impossibile (come nel caso della mortalità), testare questa ipotesi ma nel caso in esame si ritiene solitamente accettabile. Più difficile da sostenere è invece la condizione di continuità: aver vissuto l'evento prime nozze non modifica la probabilità di migrare e di morire. In termini più formali, la condizione di continuità può essere scomposta nelle due seguenti sub-condizioni:
 - 1.1) assenza di mortalità differenziale tra celibi/nubili e popolazione complessiva maschile/femminile;
 - 1.2) assenza di differenziale migratorio tra celibi/nubili e popolazione complessiva maschile/femminile.
2. Stazionarietà dei comportamenti legati alla primo-nuzialità negli anni che precedono la rilevazione (almeno per 35 anni precedenti la rilevazione). Infatti, SMAM è una misura che non può propriamente definirsi né longitudinale, essendo calcolata su dati del momento, né trasversale, poiché è determinata in base a periodi di storia retrospettiva per ciascuna coorte che incrocia il censimento: da circa un solo anno per le quindicenni, e su su fino a 35 anni (circa) per le cinquantenni.

Il presente lavoro contiene una serie di riflessioni sulla misura SMAM al fine di fornire un ordine di grandezza delle distorsioni provocate dalla mancata verifica delle ipotesi poste. Dapprima ci si concentrerà sulla ricerca di fattori di correzione da applicare al dato censuario per tener conto delle variabili di disturbo legate alla migratorietà e alla mortalità differenziale (ipotesi 1.1 e 1.2). Successivamente, attraverso le relazioni tra grandezze trasversali e longitudinali, si proporrà una espressione di SMAM in base a grandezze di coorte, grazie alla quale sarà possibile realizzare simulazioni sul comportamento della misura in questione in base al variare delle grandezze di coorte, cioè in presenza di palesi contraddizioni dell'ipotesi 2). Inoltre, l'applicazione di tale espressione a dati longitudinali reali, ci permetterà di valutare lo scostamento tra SMAM ed età media di coorte causato esclusivamente dalla violazione dell'ipotesi di stazionarietà, vale a dire al netto di discordanze tra rilevazioni censuarie e correnti.

2. Criteri di correzione per tener conto degli effetti di mortalità e migrazione differenziale su SMAM. Per l'Italia l'utilizzo delle proporzioni di mai sposati per la stima della cadenza media e dell'intensità del processo nuzialità è già stato effettuato in numerosi studi (Mortara 1949; De Sandre 1969, 1974; Bonarini e Rosina 2000); quello che in questa sede si vuole tentare è di misurare la variazione cui sono soggetti tali indicatori quando non debba necessariamente essere ipotizzata l'assenza di differenzialità per morte e migrazione tra mai sposati e popolazione totale.

Richiamando il verso delle distorsioni generate dall'ipotesi di assenza di mortalità e migratorietà differenziali, il mancato verificarsi della prima porterebbe a una sovrastima di SMAM dovuta al fatto che l'uscita dallo status di celibato tra un'età e l'altra non avviene solo per matrimonio ma anche per morte. Poiché le probabilità di morte aumentano al crescere dell'età, i matrimoni 'spuri' a causa della mortalità saranno maggiori nelle età più elevate e tenderanno a gonfiare l'indice (Hajnal 1953).

Per l'effetto migratorietà differenziale, la scomparsa di celibi prima dell'età media al matrimonio può ridurre erroneamente le proporzioni alle età più giovani e creare l'illusione di matrimoni precoci non reali; il ritorno di migranti celibi alle età più elevate tenderà a aumentare le proporzioni a queste età riducendo ulteriormente la stima dell'età media, a meno che l'effetto non sia controbilanciato da matrimoni successivi.

Operando separatamente per i due sessi, ci si può chiedere quanto la mortalità e la migratorietà differenziale possano incidere sulle proporzioni dei celibi per età e quindi nel calcolo della misura di cadenza (SMAM) e di intensità (la proporzione dei celibi/nubili a 50 anni) della nuzialità.

Per tale tipo di valutazione è necessario conoscere e possedere tavole di eliminazione, almeno abbreviate, per morte e per migrazione distinte per sesso e stato civile. Non è facile possedere, per l'epoca storica, o almeno fino al primo trentennio del XIX secolo, tavole di mortalità con questo livello di dettaglio, così come altrettanto difficile risulta l'analisi dei movimenti migratori. Cercheremo quindi, per l'intero paese, di valutare l'intensità della mortalità e della migratorietà tra i celibi e la popolazione totale effettuando particolari ipotesi semplificatrici per quantificare possibili variazioni delle proporzioni di celibato/nubilato alle varie età. L'obiettivo è arrivare a depurare le proporzioni dei celibi determinate ai censimenti dal 1901 al 1961 e valutare così le variazioni in termini di età media e di celibato/nubilato definitivo¹.

Iniziando dal fenomeno della differenzialità di eliminazione per morte tra mai sposati e popolazione totale e procedendo per classi quinquennali di età, il fattore di correzione sarà dato dal rapporto tra la proporzione dei sopravvissuti celibi all'età $x, x+4$ soggetti alla mortalità specifica, e la proporzione dei sopravvissuti della popolazione generale (anch'essa soggetta a una legge di mortalità data).

Distinguendo con:

C celibi
 N nubili
 M maschi
 F femmine

e indicando con x le età esatte a partire dai 25 fino ai 50 anni (25, 30, 35,...), il fattore si potrà scrivere, distintamente per i due sessi, come:

$$m_{C/M} = \frac{l_x^C + l_{x+4}^C}{l_x^M + l_{x+4}^M}$$

$$m_{N/F} = \frac{l_x^N + l_{x+4}^N}{l_x^F + l_{x+4}^F}$$

Le prime tavole di mortalità per stato civile utilizzabili per questo studio riguardano, per l'intero paese, i periodi 1930-32, 1950-53 e 1960-62 ed hanno per base l'età $x = 25$. A scopo di confronto si sono costruite le tavole generali partendo dalla stessa base (100.000 sopravvivenuti a 25 anni). Inoltre si è ipotizzato che la differenzialità sia nulla per le età precedenti il 25° compleanno.

Per poter avere un'idea della possibile differenzialità di eliminazione per stato civile per periodi antecedenti il 1930 si è proceduto nel seguente modo:

- si sono esaminate le differenze tra la speranza di vita a 25 anni nelle tavole di eliminazione dei celibi e della popolazione totale: tali differenze permangono attorno ai 4,5 anni per i maschi nelle tavole del 1930-32 e del 1950-52 e variano da 1,5 a 1 anno per le donne in relazione agli stessi due periodi;
- si è ipotizzato che tali distanze nella speranza di vita a 25 anni permangano anche per le epoche precedenti e si sono considerate come tavole di eliminazio-

Tab. 1. *Proporzioni di celibi e nubili per classi di età sulla popolazione presente ai censimenti italiani (confini dell'epoca)*

	1901	1911	1921	1931	1951	1961
a. Celibi						
15-19	989	995	993	995	996	995
20-24	869	864	858	900	907	907
25-29	490	462	532	488	551	536
30-34	266	243	286	228	283	252
35-39	176	167	175	143	157	149
40-44	137	134	131	114	113	108
45-49	116	113	110	99	94	94
50-54	109	100	101	91	79	83
C50	113	106	106	95	87	89
SMAM	27,7	27,5	28,1	27,7	28,7	28,3
b. Nubili						
15-19	925	954	962	959	962	956
20-24	603	605	677	668	675	651
25-29	297	301	389	350	343	304
30-34	187	192	229	228	214	190
35-39	145	147	166	180	167	157
40-44	125	127	138	148	157	143
45-49	114	112	121	129	150	137
50-54	109	106	112	119	145	137
N50	111	109	117	124	148	137
SMAM	24,1	24,4	25,6	25,2	24,6	24,1

Tab. 2. *Proporzioni di celibi e nubili per classi di età sulla popolazione presente ai censimenti italiani (confini dell'epoca) corretti in base alla mortalità differenziale tra celibi/nubili e resto della popolazione*

	1901	1911	1921	1931	1951	1961
a. Celibi						
15-19	989	995	993	995	996	995
20-24	869	864	858	900	907	907
25-29	496	467	536	490	552	536
30-34	275	252	293	231	285	253
35-39	187	177	182	147	159	151
40-44	149	145	139	120	116	110
45-49	130	126	119	107	99	98
50-54	126	115	112	101	86	88
C50	128,1	120,6	115,8	103,9	92,2	93,0
SMAM	27,6	27,4	28,1	27,6	28,6	28,2
b. Nubili						
15-19	925	954	962	959	962	956
20-24	603	605	677	668	675	651
25-29	299	302	389	350	343	304
30-34	189	194	230	229	215	191
35-39	148	148	167	181	168	158
40-44	129	130	139	150	159	144
45-49	119	115	123	132	153	139
50-54	116	109	114	123	149	140
N50	117,5	112,0	118,6	127,4	151,2	139,4
SMAM	24,0	24,4	25,5	25,2	24,5	24,1

ne dei celibi quelle nazionali relative al sesso maschile per le quali tali differenze fossero realmente approssimate. Così, si sono imputate ai celibi per il 1921 la tavola di eliminazione della popolazione totale maschile del 1881 e per il 1911 la tavola di eliminazione della popolazione maschile del 1871. Per il 1901 i valori dei sopravvissuti celibi nelle età di interesse sono stati ottenuti interpolando con una curva di secondo grado i valori ipotizzati e noti per le epoche successive².

Per il sesso femminile, invece, si sono attribuite alle nubili presenti ai censimenti del 1911 e del 1921 le curve di mortalità della popolazione femminile centrate sul 1901 e sul 1911 rispettivamente per le quali risultava approssimata la differenza tra i valori di speranza di vita a 25 anni, così come precedentemente esposto.

Operando in tal guisa, la differenzialità in termini di mortalità decresce per tutto il periodo considerato e con maggiore rapidità a partire dal 1931; le risultanze della correzione sulle proporzioni di celibi e di nubili ai censimenti sono presenti nella tavola 2, mentre nella tavola 1 sono riportate le distribuzioni risultanti dai dati censuari.

Per quanto concerne la migratorietà differenziale non si hanno, per i periodi

considerati, dati analitici che consentano di elaborare corrette tavole di eliminazione per migrazione utilizzabili per il nostro scopo.

Abbiamo quindi proceduto sulla stessa linea già percorsa in altri lavori. In particolare abbiamo utilizzato i saldi migratori ricostruiti da Ventisette (1993) per l'Italia nel periodo 1872-1981 e seguito, quando necessario, la stessa procedura proposta da Golini (1964) e De Sandre (1969).

In particolare:

- a) i saldi migratori per i periodi intercensuari stimati dai dati di Ventisette (1993) sono stati distribuiti per età utilizzando la distribuzione della cadenza ricavata dai tassi netti di migratorietà per età calcolati da Livi (1929) per il sessennio 1920-25;
- b) per il decennio 1901-1911 si è verificata la distribuzione per età ricostruendo i saldi migratori delle generazioni presenti alle due rilevazioni censuarie così come suggerito in Golini (1964);
- c) si sono quindi calcolati tassi intercensuali di migratorietà per età rispetto alla popolazione presente media del periodo;
- d) assumendo questi quozienti come probabilità di eliminazione per migrazione e ponendo come base $x = 20$, si ricavano i valori dei non migranti (intesi come saldo tra usciti ed entrati) per sesso e alle varie età;
- e) per ricavare tavole di migratorietà dei celibi si è semplicemente ipotizzato che il saldo fosse i) tutto, ii) per 75%, iii) per il 50% composto da celibi, calcolando i tassi di migratorietà in rapporto alla popolazione media di quello stato civile e ricavando successivamente adeguate tavole di eliminazione.

In analogia con il caso della mortalità differenziale, anche in questo caso la migratorietà differenziale potrà essere misurata, separatamente per i due sessi, da rapporti del tipo:

$$E_{C/M} = \frac{e^{I_x^C} + e^{I_{x+4}^C}}{e^{I_x^M} + e^{I_{x+4}^M}};$$

$$E_{N/F} = \frac{e^{I_x^N} + e^{I_{x+4}^N}}{e^{I_x^F} + e^{I_{x+4}^F}}$$

L'incidenza del fattore migratorietà differenziale è riferito agli archi temporali intercensuari, mentre per la mortalità differenziale si hanno distinte serie di valori per ogni rilevazione censuaria considerata. Avendo come obiettivo la valutazione del peso dei fattori di disturbo sulle proporzioni di celibi e nubili rilevabili ai censimenti, questa semplificazione può essere accolta.

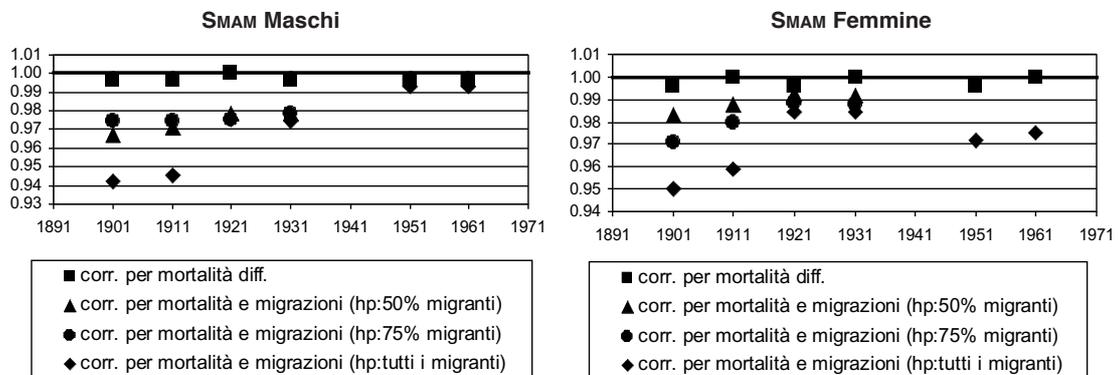
I risultati relativi all'applicazione dei coefficienti di differenzialità di eliminazione per morte e migrazione, calcolati rapportando le proporzioni di celibi censuarie al prodotto tra $m_{C/M}$ e $E_{C/M}$ alle varie età sono presenti nella tavola 3.

Dai valori si evidenzia un'incidenza soprattutto del fenomeno migratorio, così com'era da attendersi, che porta a variazioni più accentuate nei valori maschili, in quanto rappresentanti di sotto-popolazioni più sensibili, per il periodo considerato ai flussi migratori, con variazioni massime che rimangono comunque entro l'intorno dei 12 mesi (il 5% circa del valore di SMAM) anche nel caso delle ipotesi più forti nella distribuzione per stato civile dei flussi.

Tab. 3. Proporzioni di celibi e nubili per classi di età sulla popolazione presente ai censimenti italiani (confini dell'epoca) corretti della mortalità e della migratorietà differenziale

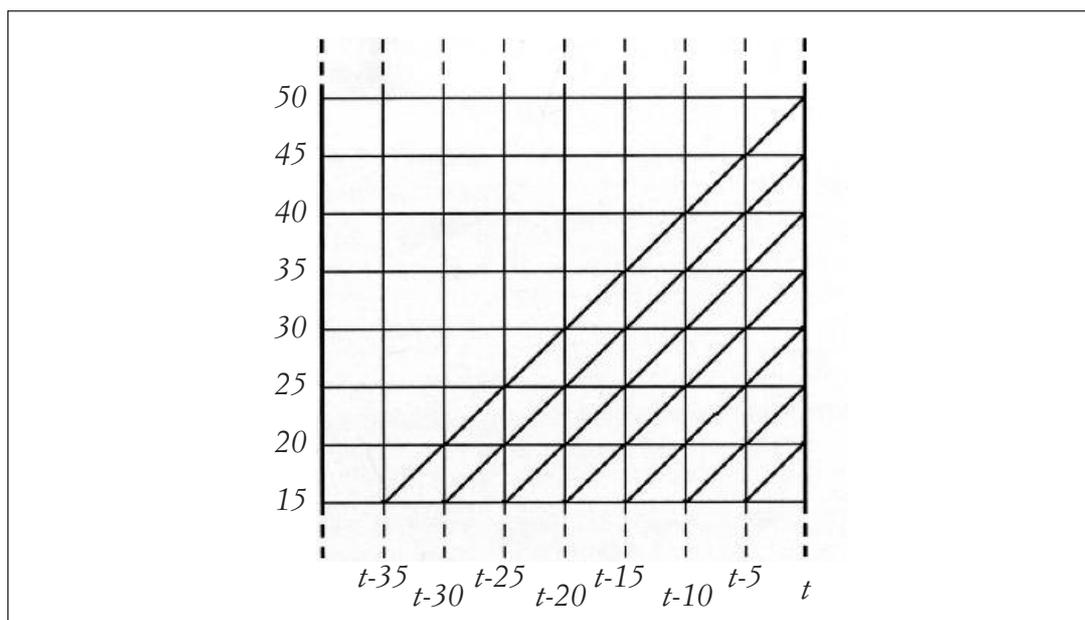
	Hp: migranti tutti						Hp: 75% migranti				Hp: 50% migranti			
	1901	1911	1921	1931	1951	1961	1901	1911	1921	1931	1901	1911	1921	1931
a. Celibi														
10-14	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
15-19	989	995	993	995	996	995	989	995	993	995	989	995	993	995
20-24	877	872	861	903	907	907	846	841	851	893	817	812	842	883
25-29	537	506	538	491	561	545	491	463	534	488	466	428	519	474
30-34	361	329	301	237	304	271	300	275	301	238	252	235	286	225
35-39	320	303	198	160	183	173	234	222	199	160	175	175	183	148
40-44	329	321	166	143	143	136	210	205	166	142	147	151	146	126
45-49	327	317	164	146	131	130	194	188	159	142	135	134	133	119
50-54	309	282	164	145	114	117	186	170	159	140	134	122	131	118
C50	317,9	299,4	164,0	145,7	122,6	123,6	189,8	179,3	158,9	140,9	134,7	128,0	132,0	118,4
SMAM	26,1	26,0	27,4	27,03	28,49	28,07	27,0	26,8	27,43	27,06	26,8	26,7	27,54	27,14
b. Nubili														
10-14	1000	1000	1000	1000	1000	1000	999	1000	1000	1000	999	1000	1000	1000
15-19	925	954	962	959	962	956	925	954	962	959	925	954	962	959
20-24	610	613	679	670	675	651	603	606	676	667	595	598	672	663
25-29	321	324	396	356	351	310,8	309	312	391	352	298	301	386	347
30-34	226	231	241	240	232	205,6	209	214	234	234	195	199	229	229
35-39	198	198	182	198	194	181,6	176	176	175	191	158	158	169	184
40-44	190	191	159	171	195	176,9	162	164	149	162	142	143	143	154
45-49	191	185	147	158	201	182,8	158	153	137	147	135	130	128	138
50-54	208	196	145	156	196	183,7	164	154	130	143	135	127	122	131
C50	199,6	190,3	146,0	156,9	198,6	183,2	160,9	153,5	133,5	144,8	134,9	128,7	125,2	134,5
SMAM	22,9	23,4	25,2	24,81	23,86	23,46	23,4	23,9	25,33	24,93	23,7	24,1	25,37	25,01

Fig. 1. Rapporto tra età media al matrimonio (SMAM) corretta secondo le differenti ipotesi sulla differenzialità di mortalità e migratorietà e SMAM non corretta. Censimenti italiani dal 1901 al 1961



3. La misura SMAM in funzione della storia passata delle coorti. Ognuna delle proporzioni S_x è il risultato del comportamento nuziale di una specifica coorte fino all'età x considerata (vedi figura 2). In tal senso, SMAM non si identifica propriamente né come misura di coorte né di periodo. Questa sua caratteristica ci permette di esprimere SMAM interamente in funzione di grandezze longitudinali, quantunque il calcolo effettivo avvenga sulla base di informazioni di tipo trasversale, come ad esempio quelle fornite da un censimento.

Fig. 2. *Schema di Lexis. Dipendenza di una misura trasversale da frammenti di storia di coorti viventi nell'anno di rilevazione*



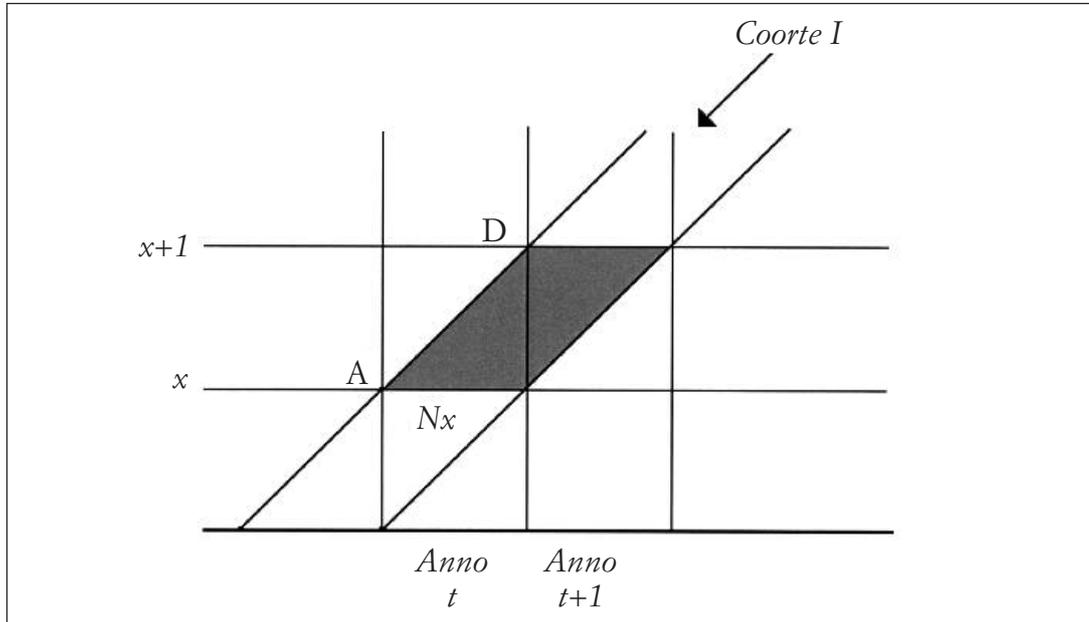
Convenendo di indicare con l'apice i una misura relativa alla coorte i -esima, nell'ambito dell'osservazione longitudinale i tassi specifici per età di primo-nuzialità sono:

$$m_x^i = \frac{M_x^i}{P_x^i}$$

dove M_x^i è il numero di prime nozze celebrate tra l' x -esimo e $x+1$ -esimo compleanno e P_x^i è la popolazione media di x anni compiuti. Osservando la figura 3, M_x^i corrisponde ai primi matrimoni nel parallelogramma $ABCD$ e P_x^i la popolazione femminile sul segmento BD .

Questi rapporti sono anche detti *eventi ridotti* poiché l'evento di riferimento, la primo-nuzialità, non fa uscire l'individuo che l'ha vissuto dall'osservazione. In altri termini, la popolazione media al denominatore è quella sopravvissuta ai soli eventi perturbatori. Dalla teoria degli eventi ridotti (si veda Santini 1974 e 1992), si evince che tali rapporti esprimono il comportamento della popolazione al netto degli eventi perturbatori fatte valide le ipotesi di indipendenza e continuità presentate nel primo paragrafo.

Fig. 3. Schema di Lexis. Una misura relativa al segmento DB, come la proporzione di nubili o la popolazione media di x anni di età, è riferibile sia ad un particolare istante di tempo, sia alla coorte $i-x$



La serie di questi tassi per le età comprese tra i 15 ed i 49 anni permette di misurare l'intensità e la cadenza della primo-nuzialità vissuta da una coorte:

- tasso di nuzialità totale primi matrimoni: $TNTPM^i = \sum_{x=15}^{49} m_x^i$
- età media al primo matrimonio: $\mu^i = \frac{\sum_{x=15}^{49} (x + 0,5)m_x^i}{\sum_{x=15}^{49} m_x^i}$

Sotto l'ipotesi semplificatrice che le coorti in esame non siano colpite né da mortalità né da migratorietà (equivalente all'ipotesi di indipendenza), l'ammontare di popolazione media di x anni compiuti è costante e uguale alla popolazione di partenza, cioè quella al quindicesimo compleanno ($P_{EF}^i = P_{15}^i = P_{16}^i = \dots = P_{50}^i = P^i$), e la misura trasversale S_x (proporzione di celibi/all'età x che insiste sul segmento BD di figura 3) è esprimibile in funzione dei tassi specifici di primo-nuzialità della coorte corrispondente:

$$S_x = 1 - \left(\sum_{k=15}^x m_k^i - \frac{1}{2} m_x^i \right) = 1 + \frac{1}{2} m_x^i - \sum_{k=15}^x m_k^i \quad (2)$$

Infatti, ipotizzando l'equi-distribuzione dei primi matrimoni tra ABD e BCD (vedi figura 3) è facile verificare che il numero di celibi/nubili di età x in un certo istante di tempo è (omettiamo per comodità l'apice i):

$$\begin{aligned}
 C_{15} &= P_{EF} - \frac{1}{2} M_{15} \\
 C_{16} &= P_{EF} - \left(M_{15} + \frac{1}{2} M_{16} \right) \\
 &\dots\dots\dots \\
 C_x &= P_{EF} - \left(\sum_{k=15}^x M_k - M_x + \frac{1}{2} M_x \right) = P_{EF} - \left(\sum_{k=15}^x M_k - \frac{1}{2} M_x \right) \\
 &\dots\dots\dots \\
 C_{49} &= P_{EF} - \left(\sum_{k=15}^{49} M_k - \frac{1}{2} M_{49} \right)
 \end{aligned}$$

dividendo entrambi i membri per $P_x (= P_{EF})$ otteniamo la (2).

Qualora l'ipotesi di equi-ripartizione non sia pienamente accettabile, come nel caso in cui si lavora su dati raggruppati per gruppi pluriennali di coorti, l'espressione può essere generalizzata come segue:

$$S_x = 1 + \delta_x m_x^i - \sum_{k=15}^x m_k^i \quad (3)$$

dove δ_x esprime la frazione (valore medio per le coorti coinvolte) dei primi matrimoni osservati all'età x nel triangolo ABD sul totale (parallelogramma $ABCD$)³.

Essendo per definizione $m_{50}^i = 0$, si ha pure che:

$$S_{50} = 1 - \sum_{k=15}^{50} m_k^i = 1 - \sum_{k=15}^{49} m_k^i = 1 - TNTPM^i$$

Per come è stata definita, S_x si può intendere contemporaneamente sia come misura di coorte che del momento. In particolare, essendo funzione delle m_x^i , essa dipende chiaramente sia dall'intensità sia dalla cadenza delle coorte di appartenenza.

Ogni tasso specifico m_x^i rappresenta una quota α_x^i dell'intensità totale della coorte, dove, per definizione, $\sum_{x=15}^{49} \alpha_x^i = 1$, cioè:

$$m_x^i = \alpha_x^i \cdot TNTPM^i \quad (4)$$

Sostituendo la (4) nella (3) si ottiene:

$$S_x = 1 - TNTPM^i \cdot \left(\sum_{k=15}^x \alpha_k^i - \delta_x \alpha_x^i \right).$$

Se la coorte i -esima è quella che nasce nell'anno della rilevazione censuaria (cioè nell'anno i), allora le proporzioni di celibi/nubili ottenibili da un censimento riguarderanno la storia nuziale passata delle coorti nate rispettivamente negli anni:

$$i - 15, i - 16, \dots, i - 49$$

La somma delle proporzioni di celibi al censimento è allora esprimibile come:

$$\sum_{x=15}^{49} S_x = 35 - \sum_{x=15}^{49} TNTPM^{i-x} \cdot \left(\sum_{k=15}^x \alpha_k^{i-x} - \delta_x \alpha_x^{i-x} \right) \quad (5)$$

Per ottenere una formula di SMAM in funzione esclusivamente di misure di coorte, ci resta da specificare l'espressione per S_ω che, lo ricordiamo, è solitamente calcolato come semisomma delle proporzioni di nubili/celibi al censimento a 49 e 50 anni di età. Riferendosi, invece a misure di coorti si ha:

$$S_{50} \cong 1 - TNTPM^{i-50}$$

$$S_{49} \cong 1 - TNTPM^{i-49}$$

e dunque:

$$S_\omega \cong 1 - \frac{TNTPM^{i-49} + TNTPM^{i-50}}{2} \quad (6)$$

Sostituendo (5) e (6) nella espressione (1), si ottiene l'espressione di SMAM calcolato nell'anno t in base a grandezze longitudinali:

$$SMAM_t \cong 50 - \frac{2}{TNTPM^{t-49} + TNTPM^{t-50}} \sum_{x=15}^{49} TNTPM^{t-x} \left(\sum_{k=15}^x \alpha_k^{t-x} - \delta_x \alpha_x^{t-x} \right) \quad (7)$$

Questa espressione mostra chiaramente la dipendenza delle misure proposte da Hajnal dalla intensità e dalla cadenza di tutte le 35 coorti coinvolte nel calcolo. Modificazioni nelle dinamiche di coorte producono delle distorsioni che tenderanno ad allontanare i valori calcolati trasversalmente dai valori reali per generazione. Nel prosieguo del lavoro si cercherà, dapprima attraverso simulazioni su dati immaginari e poi applicando a dati reali, di valutare gli effetti su SMAM del venir meno dell'ipotesi della stazionarietà della nuzialità per le coorti coinvolte nel calcolo⁴.

3.1. Simulazioni: il comportamento di SMAM in base a ipotesi semplificatrici su variazioni di intensità e cadenza di coorte. Le simulazioni che seguono ricalcano quelle già presentate da Wunsch *et al.* (1970) dove sono state utilizzate relazioni sviluppate nel continuo. Nel presente lavoro si è invece proceduto nel discreto sfruttando esclusivamente le relazioni trovate nel paragrafo precedente. In tal modo, non è più necessario porsi il problema della scelta della forma funzionale per la densità di probabilità $f(t)$ di sposarsi in un certo istante di tempo⁵.

3.1.1. Intensità e cadenza costanti tra le coorti. Valide le seguenti condizioni:

$$1) TNTPM^{i-15} = TNTPM^{i-16} = \dots = TNTPM^{i-50} = TNTPM$$

$$2) \mu^{i-15} = \mu^{i-16} = \dots = \mu^{i-50} = \mu$$

$$\text{che equivale a } \alpha_x^{i-15} = \alpha_x^{i-16} = \dots = \alpha_x^{i-50} = \alpha_x \text{ per } x = 15, \dots, 49$$

si ha che:

$$SMAM \cong \mu \quad (8)$$

Infatti,

$$SMAM \cong 50 - \sum_{x=15}^{49} \left(\sum_{k=15}^x \alpha_k - \delta_x \alpha_x \right) = 50 - \sum_{x=15}^{49} \sum_{k=15}^x \alpha_k + \sum_{x=15}^{49} \delta_x \alpha_x$$

$$\begin{aligned} \text{ma essendo } \sum_{x=15}^{49} \sum_{k=15}^x \alpha_k &= 35\alpha_{15} + 34\alpha_{16} + \dots + 2\alpha_{48} + \alpha_{49} = \\ &= \sum_{x=15}^{49} (50-x)\alpha_x = 50 - \sum_{x=15}^{49} x\alpha_x \end{aligned}$$

si ottiene

$$SMAM \cong \sum_{x=15}^{49} x\alpha_x + \sum_{x=15}^{49} \delta_x \alpha_x = \sum_{x=15}^{49} \alpha_x (x + \delta_x)$$

D'altra parte, dalla (4) si ha $\alpha_x^i = m_x^i / TNTPM^i$ e pertanto:

$$\mu = \sum_{x=15}^{49} m_x^i (x + \delta_x) / \sum_{x=15}^{49} m_x^i = \sum_{x=15}^{49} \alpha_x^i (x + \delta_x) / \sum_{x=15}^{49} \alpha_x^i = \sum_{x=15}^{49} \alpha_x (x + \delta_x)$$

La proporzione di celibi/nubili definitivi è naturalmente:

$$S_\omega \cong 1 - TNTPM$$

3.1.2. *Intensità che varia linearmente e cadenza costante. Se:*

$$1) TNTPM^{i+1} = TNTPM^i + \Delta\tau \text{ e quindi } TNTPM^{i-x} = TNTPM^{i-50} + (50-x)\Delta\tau$$

$$2) \mu^{i-15} = \mu^{i-16} = \dots = \mu^{i-50} = \mu \text{ che è sicuramente verificata se}$$

$$\alpha_x^{i-15} = \alpha_x^{i-16} = \dots = \alpha_x^{i-50} = \alpha_x \text{ per } x = 15, \dots, 49$$

allora nell'anno t si ha:

$$SMAM_t \cong 50 - \frac{1}{TNTPM^{t-50} - \frac{1}{2}\Delta\tau} \sum_{x=15}^{49} (TNTPM^{t-50} + (50-x)\Delta\tau) \cdot \left(\sum_{k=15}^x \alpha_k - \delta_x \alpha_x \right) \quad (9)$$

e:

$$S_\omega \cong 1 - (TNTPM^{t-50} + \frac{1}{2}\Delta\tau)$$

La figura 4 mostra un esempio relativo alle ipotesi poste. Al crescere dell'intensità totale delle generazioni (nell'esempio, da 0,81 a 0,99 in venti coorti), SMAM si discosta progressivamente dall'età media di coorte (costante per ipotesi e pari a 25 anni) sottostimandone il valore. Infatti, in una tale situazione, le classi di età più avanzate continuano a mostrare comportamenti non rinnovati (nel caso specifico, quelli a intensità più bassa) mentre le coorti più giovani, caratterizzate da una crescente nuzialità, presentano tassi di nuzialità via via più elevati, con conseguente abbassamento dell'età media calcolata in un certo anno di calendario⁶. Se l'intensità decresce, linearmente, si osserva una sovrastima dell'età media da parte di SMAM (figura 5). Si noti, tuttavia, che l'andamento non è perfettamente speculare al caso di crescita lineare del TNTPM. Infatti, se il TNTPM è decrescente, dopo l'anno $t+35$, la diminuzione al numeratore dell'espressione (1) di SMAM, cioè il numero di anni vissuti in stato di celibato da chi si è sposato, è più che compensata dalla diminuzione del denominatore (intensità totale) e SMAM continua a crescere, seppure a un ritmo

Fig. 4. Simulazione dell'andamento di SMAM a cadenza costante (età media al primo-matrimonio di coorte pari a 25 anni) e intensità crescente linearmente (variazione del TNTPM da 0,81 per la coorte nata nell'anno $t-15$ a 0,99 per la coorte nata in $t+35$). I valori di coorte sono riportati in corrispondenza dell'anno di calendario nel quale la coorte stessa giunge al 25° anno di età

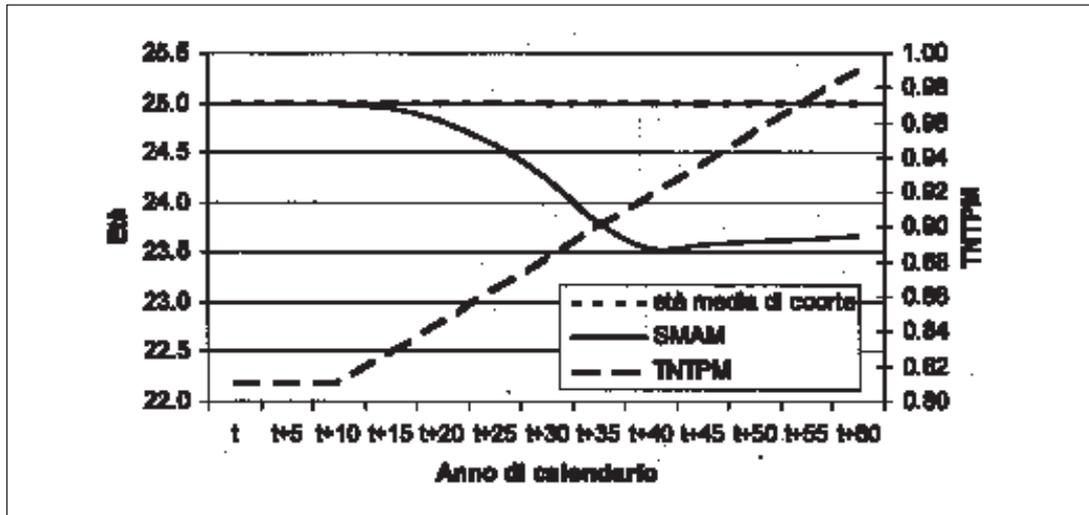
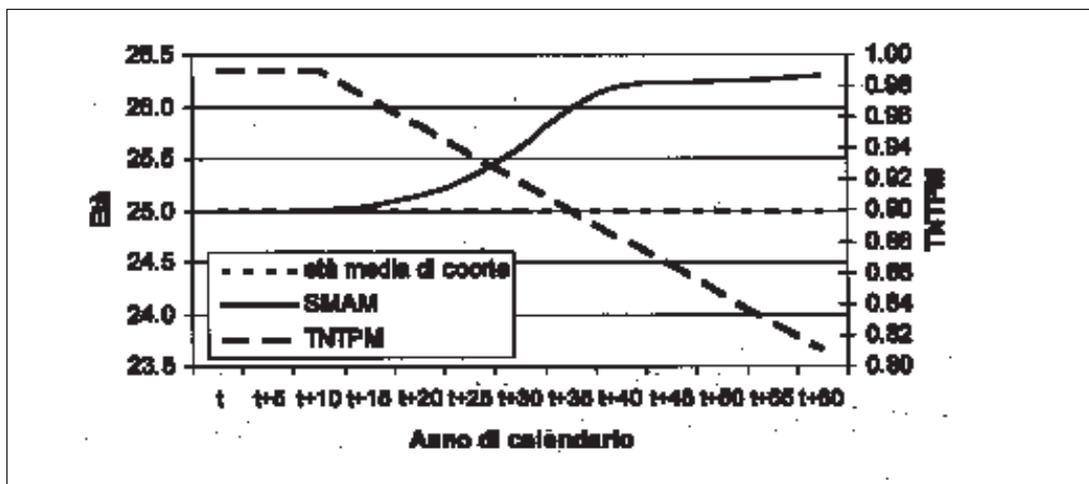


Fig. 5. Simulazione dell'andamento di SMAM a cadenza costante (età media al primo-matrimonio di coorte pari a 25 anni) e intensità decrescente linearmente (variazione del TNTPM da 0,99 per la coorte nata nell'anno $t-15$ a 0,81 per la coorte nata in $t+35$). I valori di coorte sono riportati in corrispondenza dell'anno di calendario nel quale la coorte stessa giunge al 25° anno di età



molto più lento. Quando invece il TNTPM aumenta, dopo l'anno $t+35$ l'aumento del denominatore non riesce a compensare la crescita del numeratore: SMAM aumenta riavvicinandosi molto lentamente all'età media di coorte.

In generale, in base alle simulazioni realizzate (qui non mostrate), si è osservato che la differenza tra valore di coorte e SMAM è maggiore:

- a) quanto più rapida è la variazione dell'intensità tra le coorti ($\Delta\tau$);
- b) quanto più bassa è l'età media fissata come costante;
- c) più basso è il valore iniziale del TNTPM di coorte ($TNTPM^{t-50}$).

Al fine di valutare l'ordine di grandezza della distorsione tra SMAM ed età media di coorte, sono state realizzate delle simulazioni prendendo in considerazione valori limite nei parametri di ingresso. Considerano le possibili combinazioni date da un'età media di coorte (costante per ipotesi) pari a 22,5 anni oppure a 26,5 anni; un TNTPM per la coorte nata in $t-15$ uguale a 0,90 oppure 0,70 e con una crescita del TNTPM tra una coorte e l'altra pari al +0,0036 (un valore simile alla variazione media effettivamente registrata per la popolazione femminile italiana per le coorti nate tra gli anni Venti e i Quaranta), la differenza tra SMAM e l'età media di coorte nell'anno di calendario $t+35$ (vedi figura 4) è compreso tra -1,01 e -1,65 con un errore compreso tra il 4% e l'8% del valore di SMAM nello stesso anno.

Ipotizzata invece una decrescita del TNTPM di coorte di pari velocità (-0,0036 ogni anno), la simulazione effettuata sulle combinazioni di valori limite (età media di coorte pari a 22,5 oppure 26,5; TNTPM con valori di partenza uguale a 0,99 oppure 0,80), conduce nell'anno $t+35$ a una differenza compresa tra +0,8 e +1,4 con una distorsione stimabile tra il 3% e il 6%.

3.1.3. *Intensità costante e cadenza che varia linearmente.* Se:

$$1) \text{ TNTPM}^{i-15} = \text{TNTPM}^{i-16} = \dots = \text{TNTPM}^{i-50} = \text{TNTPM}$$

$$2) \mu^{i+1} = \mu^i + \Delta\mu \text{ e quindi } \mu^{i-x} = \mu^{i-50} + (50-x)\Delta\mu$$

allora nell'anno t si ha:

$$\text{SMAM}_t \cong 50 - \sum_{x=15}^{49} \left(\sum_{k=15}^x \alpha_x^{t-x} + \delta_x \alpha_x^{t-x} \right) \quad (10)$$

La proporzione dei celibi/nubili definitivi è ancora una volta:

$$S_\omega \cong 1 - \text{TNTPM}$$

Al variare della cadenza di coorte, SMAM subisce una distorsione poiché riflette parzialmente il comportamento delle generazioni più vecchie interessate nel calcolo a età media più bassa (se si ipotizza una crescita dell'età media di coorte al primo-matrimonio) o più alta (se si ipotizza una decrescita) con la conseguenza che SMAM tende a 'inseguire' la variazione vissuta dalle coorti. Più in dettaglio, la crescita dell'età media al primo-matrimonio delle coorti conduce a una sottostima della cadenza (figura 6) mentre una diminuzione porta a una sovrastima (figura 7).

Siccome nell'espressione (10) non compare la misura dell'intensità di coorte, se ne deduce che il livello di intensità non va ad influire sulla differenza tra SMAM e età media di coorte. In base alle simulazioni realizzate (qui non mostrate) si ha che la distorsione aumenta:

- a) al crescere della velocità della variazione lineare della cadenza tra le coorti;
- b) al diminuire dell'età media di partenza (ma solo in maniera marginale).

Si tenga conto, tuttavia, che in situazioni teoriche come quelle presentate negli ultimi due paragrafi, la variazione della cadenza di coorte produce un effetto solitamente più contenuto rispetto a variazioni nell'intensità.

Fig. 6. Simulazione dell'andamento di SMAM a intensità costante e cadenza crescente linearmente (età media al primo matrimonio pari a 22,5 fino alla coorte nata nell'anno $t-15$ e crescente nelle coorti successive fino a raggiungere il valore 25,6 nella coorte nata in $t+35$). I valori di coorte sono riportati in corrispondenza dell'anno di calendario nel quale la coorte stessa giunge al 25° anno di età

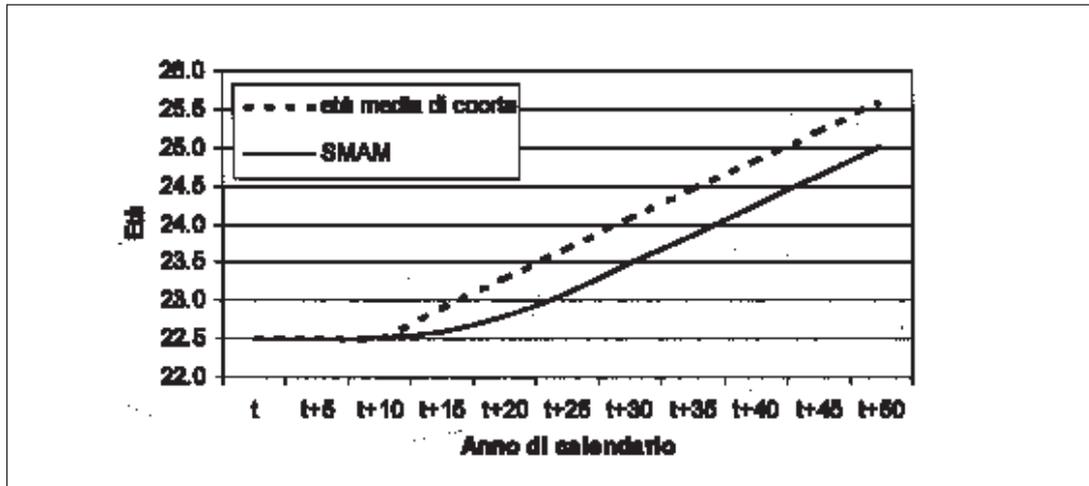
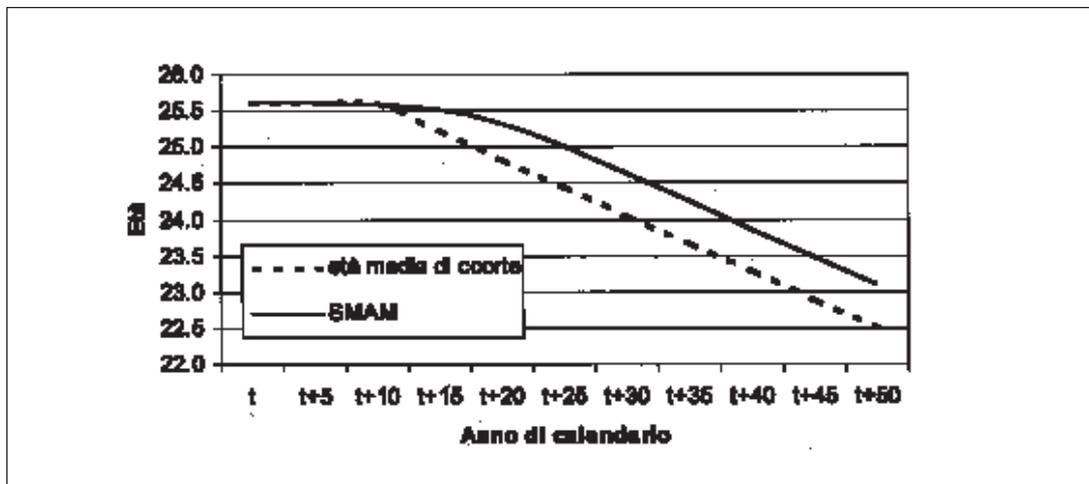


Fig. 7. Simulazione dell'andamento di SMAM a intensità costante e cadenza decrescente linearmente (età media al primo matrimonio pari a 25,6 fino alla coorte nata nell'anno $t-15$ e crescente nelle coorti successive fino a raggiungere il valore 22,5 nella coorte nata in $t+35$). I valori di coorte sono riportati in corrispondenza dell'anno di calendario nel quale la coorte stessa giunge al 25° anno di età



Per valutare l'ordine di grandezza della distorsione di SMAM a seguito di una variazione lineare della sola cadenza di coorte, consideriamo come parametri in ingresso nella simulazione età medie al matrimonio pari ai valori limite 22,5 e 26,5 anni per la coorte di partenza (quella nata in $t-15$) e un incremento annuo uguale a +0,08 anni tra una coorte e l'altra. In una tale situazione, la sottostima di SMAM nell'anno $t+35$ (si veda figura 6) va da 0,58 a 0,54 anni. Anche in presenza di un incremento superiore a quello effettivamente rilevato in media dalle coorti nate negli anni 1920-49⁷, la distorsione rilevata è dell'ordine del 2-3%.

Con gli stessi valori dell'età media di partenza, in presenza di una decrescita della cadenza allo stesso ritmo (-0,08 anni), la distorsione, per quanto leggermente superiore (ancora una volta a causa della definizione di S_{ω}), resta nell'ordine del 2-3% situandosi, sempre nell'anno $t+35$ tra -0,59 e -0,64 anni.

3.2. Un'applicazione su dati reali. Partendo dalle serie dei primi matrimoni ridotti (matrimoni di nubili) per gruppi quinquennali di età delle coorti 1895-1941 presenti in Santini (1974, 107) e integrando, per le generazioni più recenti con i dati forniti da De Sandre (1988, 31) si ottengono i valori di SMAM calcolati su dati longitudinali per gli anni dal 1931 al 1966 ad intervalli di 5 anni l'uno dall'altro⁸. Il confronto tra SMAM calcolato su dati di coorte ed età media di coorte (calcolata sulla stessa fonte di dati) ci permette di valutare l'entità della distorsione dovuta esclusivamente alla formula calcolatoria di SMAM al netto di eventuali discordanze tra fonti diverse.

Poniamo allora a confronto l'età media di coorte e SMAM convenendo di riferire all'anno di calendario t l'età media relativa alla coorte che in tale anno raggiunge il 25-esimo compleanno, età molto vicina all'età media della primo-nuzialità (figura 8).

Nella popolazione femminile italiana, l'andamento per coorte mostra una diminuzione dell'età media al primo matrimonio e l'aumento dell'intensità a partire dalle coorti nate alla fine degli anni Venti. La conseguenza di queste modificazioni è che SMAM a partire dagli anni Cinquanta subisce profonde distorsioni a causa del venir meno dell'ipotesi di stabilità di comportamento nuziale delle coorti coinvolte nel calcolo (vedi fig. 8).

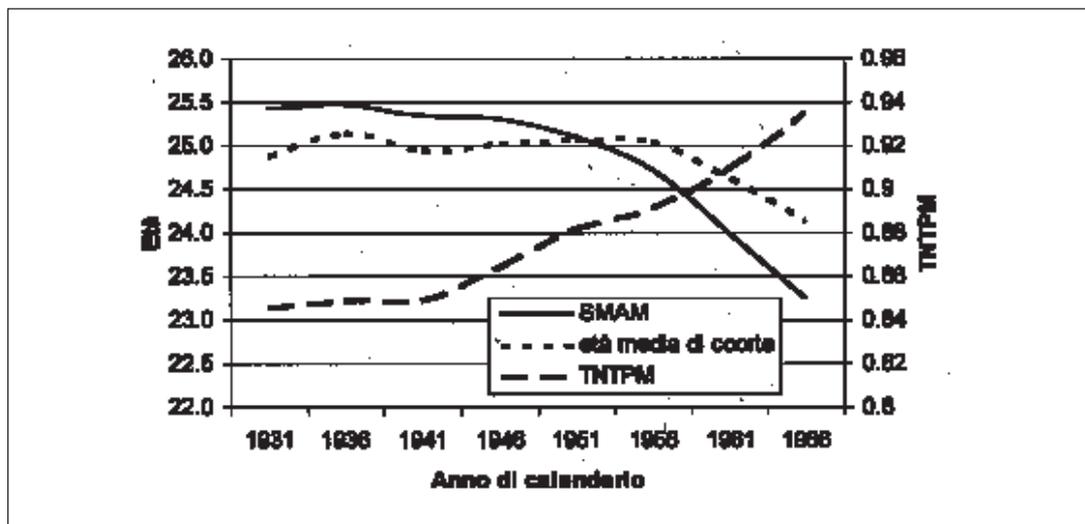
Richiamando ora i risultati ottenuti nelle simulazioni, l'aumento dell'intensità di coorte comporta una sottostima di SMAM, mentre una diminuzione della cadenza implica una sovrastima. L'osservazione su dati reali mostra come l'effetto della variazione dell'intensità prevalga nettamente provocando non solo un cambio di segno nella differenza tra SMAM e età media di coorte ma addirittura una biforcazione delle due misure.

Ricordiamo che le curve di figura 8 sono ottenute partendo esclusivamente da dati di tipo longitudinale. Qualora non vi fosse discordanza tra quest'ultimi e i dati censuari, il valore di SMAM (effettivamente calcolato su dati censuari) risulterebbe uguale a quello calcolato per coorte e la distorsione dovuta alla mancata stazionarietà della prima nuzialità per le coorti coinvolte nel calcolo (valutata come scostamento tra SMAM ed età media di coorte fratto il valore dello SMAM) sarebbe stata contenuta entro il 2% fino nel 1956 ma pari a quasi il 4% nel 1966.

4. Conclusioni. Le riflessioni proposte in questo lavoro, ribadiscono il rischio di usare acriticamente SMAM e S_{ω} da dati di censimento senza valutare l'eventuale effetto di distorsione dovuto all'allontanamento dalle ipotesi sottostanti.

L'applicazione a dati concreti ha permesso di rilevare da un lato che nel corso del XX secolo la diversa mortalità tra coniugate e nubili non sembra inficiare le misure della nuzialità proposte da Hajnal, dall'altro che l'effetto della migratorietà differenziale sembra avere un peso decisamente più rilevante, almeno per i censimenti del 1901 e del 1911, fermo restando l'indeterminatezza dovuta alle difficoltà nel reperire precise informazioni a riguardo. È invece più facile da dimostrare la

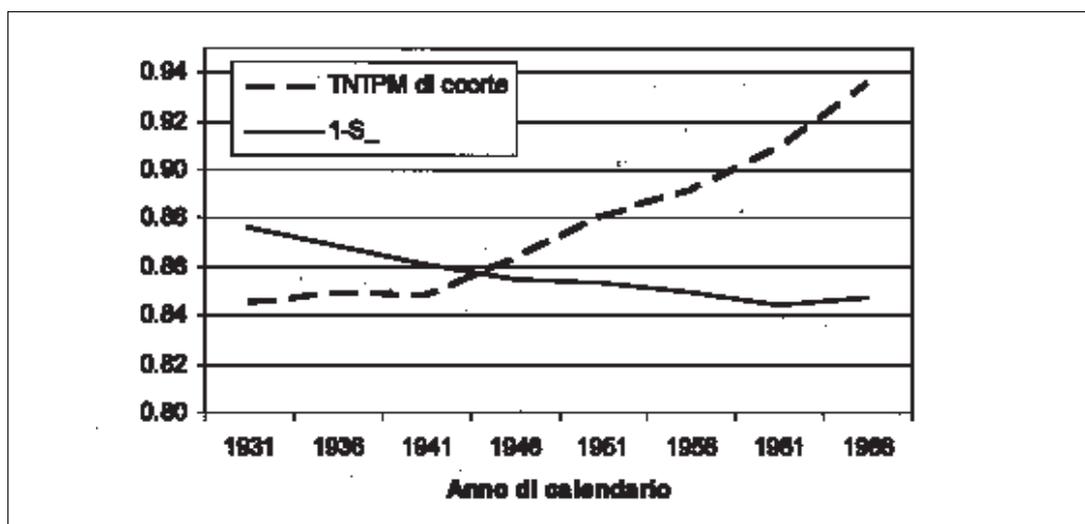
Fig. 8. Confronto tra età media di coorte e SMAM effettivamente osservati in Italia relativamente alla popolazione femminile delle coorti 1896-1951 e andamento dell'intensità osservate in tali coorti. I valori di coorte sono riportati in corrispondenza dell'anno di calendario nel quale la coorte stessa giunge al 25° anno di età



distorsione provocata dai cambiamenti in corso nella cadenza e soprattutto nell'intensità delle coorti volta per volta coinvolte nel calcolo di SMAM ai vari censimenti.

Ma se la violazione dell'ipotesi di stabilità nel tempo del comportamento nuziale porta a effetti riscontrabili ma relativamente contenuti su SMAM, la misura $1 - S_{\omega}$ calcolata su dati del momento per stimare l'intensità totale della primo-nuzialità, può portare completamente fuori strada. Infatti, tale misura esprime la primo-nuzialità complessiva delle coorti nate circa cinquant'anni prima della data di calendario cui fa riferimento, non tenendo conto delle variazioni intervenute nelle coor-

Fig. 9. Andamento dell'intensità del momento della primo-nuzialità calcolata come $1 - S_{\omega}$ sulla popolazione femminile



ti più giovani. Valga, a titolo di esempio, considerare i dati reali utilizzati in precedenza: l'andamento di $1 - S_{\omega}$ per gli anni dal 1931 al 1966 indurrebbe a pensare a una diminuzione dell'intensità della primo-nuzialità (figura 9) il che è in palese contraddizione con l'andamento del TNTPM di coorte mostrato in figura 8.

Questa ultima osservazione è utile anche per sottolineare il potenziale di distorsione insito nel fattore S_{ω} relativamente al calcolo di SMAM. La forte sensibilità di tale fattore al venir meno dell'ipotesi di stabilità del comportamento nuziale, può essere aggirata inserendo nell'espressione di SMAM per l'anno t la misura S_{ω} calcolata sulle proporzioni di celibi/nubili a 50 anni osservate non in t ma al censimento dell'anno $t+20$, cioè considerando le proporzioni di celibi/nubili definitivi delle generazioni che in t hanno 30 anni. Naturalmente, questa strada ha senso solo quando si dispone di una serie di censimenti per più anni di calendario e resta un problema di incompletezza di informazione quantomeno per gli ultimi due censimenti della serie.

¹ Per il 1951 e il 1961 il riferimento è al lavoro di De Sandre (1969).

² Le tavole di mortalità ricostruite per il 1871 e il 1881 sulla base delle risultanze dello stato civile e centrate sui relativi censimenti ci sono state fornite da Lorenzo Del Panta che ringraziamo.

³ Nella presente analisi, avendo realizzato delle elaborazioni su gruppi quinquennali di coorte è stato necessario stimare i delta. Partendo dai primi matrimoni ridotti per età (annuale) per le coorti 1896-1941 (Santini 1974, 119), la formula utilizzata per una generica coorte i -esima è:

$$\delta_{x,x+4} = \frac{0,9m_x + 0,7m_{x+1} + 0,5m_{x+2} + 0,3m_{x+3} + 0,1m_{x+4}}{m_x + m_{x+1} + m_{x+2} + m_{x+3} + m_{x+4}}$$

⁴ Che si ottenga da dati censuari o da dati longitudinali, l'indicatore risente delle distorsioni della mortalità e della fecondità differenziale. Dunque, in entrambe le situazioni, il suo utilizzo è condizionato alla validità dell'ipotesi di indipendenza.

⁵ Nello specifico, Wunsch *et al.* (1970, 419), dopo diverse prove effettuate su dati empirici, hanno optato per una curva di tipo log-normale per la densità di probabilità considerata.

⁶ Può essere utile avere presente per queste considerazioni il grafico della figura 2.

⁷ Per le coorti nate tra il 1920 e il 1949, il decremento medio annuo è pari a circa -0,06. Inserire una tale variazione, partendo da una età media di 22,5 e 26,5 conduce a una sovrastima di SMAM compresa tra 0,45 e 0,41 anni, riducendo l'errore a 1,6% e 2,1% rispettivamente. In generale, partendo da una età media di 25 anni, l'errore e (differenza tra SMAM e età media di coorte rapportato a SMAM) nell'anno $t+35$ è stimabile in funzione della velocità media della decrescita x (differenza in anni nell'età media tra una coorte e la successiva) attraverso l'equazione:

$$e = -0,3262x - 0,0024$$

Grazie a questa formula è facile verificare come anche con un decremento molto rapido, come ad esempio -0,1 anni da coorte a coorte, la distorsione non supera il 3,5% del valore di SMAM.

⁸ Per gli anni 1931, 1936 e 1941, non bastando le informazioni longitudinali disponibili a coprire il calcolo di SMAM, il comportamento delle coorti più anziane è stato dedotto dai dati di censimento.

Riferimenti bibliografici

- F. Bonarini, A. Rosina 2000, *Appunti di Demografia*, parte II, *Nuzialità e formazione delle unioni*, CLEUP, Padova.
- P. De Sandre 1969, *Recenti variazioni dei modelli di nuzialità in Italia*, «Genus», 30, 1-4.
- P. De Sandre 1974, *Introduzione ai modelli demografici*, CLEUP, Padova.
- P. De Sandre 1988, *Matrimonio e celibato*, in *Secondo rapporto sulla situazione demografica italiana: contributo della Demografia italiana alla conoscenza dei problemi della popolazione*, IRP/CNR, Roma.
- A. Golini 1964, *Sulla valutazione dei movimenti migratori secondo l'età*, in *Atti della XXIV Riunione Scientifica della Società Italiana di Statistica (Roma, 31/10/1964)*, Failli, Roma.
- J. Hajnal 1953, *Age at marriage and proportions marrying*, «Population Studies», 7, 2, 111-136.
- L. Livi 1929, *Computo della distribuzione degli emigrati e dei rimpatriati secondo l'età (sessennio 1920-25)*, «Annali di Statistica», serie VI, vol. III, ISTAT, Roma.
- G. Mortara 1949, *Methods of using census statistics for the calculation of life tables and other demographic measures*, United Nations, ST/SOA/Series A/7.
- R. Pressat 1969, *L'analyse démographique*, PUF, Parigi.
- N.B. Ryder 1964, *The process of demographic translation*, «Demography», 1, 1.
- A. Santini 1974, *La fecondità delle coorti. Studio longitudinale della fecondità italiana dall'inizio del secolo XX*, Dipartimento Statistico-Matematico dell'Università di Firenze.
- A. Santini 1992, *Analisi demografica. Fondamenti e metodi*, La Nuova Italia, Scandicci (Firenze).
- A. Santini 1986, *Recenti trasformazioni nella formazione della famiglia. Atti del Convegno "La famiglia in Italia"*, «Annali di statistica», Serie IX, ISTAT, Roma.
- P.C. Smith 1978, *Indexes of nuptiality; Asia and the Pacific*, «Asia and Pacific Census Forum», 5, 2.
- M. Ventisette 1993, *Stimare i migranti*, Quaderni del Dipartimento Statistico, n. 36, Università di Firenze.
- G. Wunsch 1977, *L'age moyen au premier mariage. Comparaison de deux méthodes d'analyse transversale*, Colloques Nationaux du CNRS, n. 934, Paris.
- C. Wattelar, G. Wunsch e S. Gillet de Stefano 1970, *Un exemple de distorsion en analyse transversale: l'age moyen au mariage par la méthode de Hajnal*, «Recherches Economiques de Louvain», 36, 4.